Hong Kong Mathematics Olympiad (2010 / 2011)

Final Event 1 (Individual)

香港數學競賽 (2010 / 2011)

決賽項目 1 (個人)

除非特別聲明，答案須用數字表達，並化至最簡。
Unless otherwise stated, all answers should be expressed in numerals in their simplest forms.

1. 若 a , b 及 c 的平均值為 12，及 $2a+1$, $2b+2$, $2c+3$ 及 2 的平均值為 P，求 P 的值。

If the average of a, b and c is 12, and the average of $2a+1$, $2b+2$, $2c+3$ and 2 is P, find the value of P.

$P=$

2. 設 $20112011=aP^5+bP^4+cP^3+dP^2+eP+f$ ，其中 a, b, c, d, e 及 f 為整數及 $0\le a, b, c, d, e, f<P$ 。若 $Q=a+b+c+d+e+f$ ，求 Q 的值。

Let $20112011=aP^5+bP^4+cP^3+dP^2+eP+f$, where a, b, c, d, e and f are integers and $0\le a, b, c, d, e, f<P$. If $Q=a+b+c+d+e+f$, find the value of Q.

$Q=$

3. 若 R 為 $8^Q+7^{10Q}+6^{100Q}+5^{1000Q}$ 的個位數，求 R 的值。

If R is the unit digit of the value of $8^Q+7^{10Q}+6^{100Q}+5^{1000Q}$, find the value of R.

$R=$

4. 若 S 為安排 R 個人圍成圓形的數目，求 S 的值。

If S is the number of ways to arrange R people in a circle, find the value of S.

$S=$

Hong Kong Mathematics Olympiad (2010 / 2011)

Final Event 2 (Individual)

香港數學競賽 (2010 / 2011)

決賽項目 2 (個人)

除非特別聲明，答案須用數字表達，並化至最簡。
Unless otherwise stated, all answers should be expressed in numerals in their simplest forms.

1. 若方程組 $\begin{cases} x+\ \ y=P \\ 3x+5y=13 \end{cases}$ 的解為正整數，求 P 的值。

If the solution of the system of equations $\begin{cases} x+\ \ y=P \\ 3x+5y=13 \end{cases}$ are positive integers, find the value of P.

$P=$

2. 若 $x+y=P$，$x^2+y^2=Q$ 及 $x^3+y^3=P^2$，求 Q 的值。

If $x+y=P$, $x^2+y^2=Q$ and $x^3+y^3=P^2$, find the value of Q.

$Q=$

3. 若 a 及 b 為相異質數且 $a^2-aQ+R=0$ 及 $b^2-bQ+R=0$，求 R 的值。

If a and b are distinct prime numbers and $a^2-aQ+R=0$ and $b^2-bQ+R=0$, find the value of R.

$R=$

4. 若 $S>0$ 及 $\frac{1}{S(S-1)}+\frac{1}{(S+1)S}+\cdots+\frac{1}{(S+20)(S+19)}=1-\frac{1}{R}$，求 S 的值。

If $S>0$ and $\frac{1}{S(S-1)}+\frac{1}{(S+1)S}+\cdots+\frac{1}{(S+20)(S+19)}=1-\frac{1}{R}$, find the value of S.

$S=$

Hong Kong Mathematics Olympiad (2010 / 2011)

Final Event 3 (Individual)

香港數學競賽 (2010 / 2011)

決賽項目 3 (個人)

除非特別聲明，答案須用數字表達，並化至最簡。
Unless otherwise stated, all answers should be expressed in numerals in their simplest forms.

1. 若 P 為一質數，而且方程 $x^2+2(P+1)x+P^2-P-14=0$ 的根為整數, 求 P 的最小值。

If P is a prime number and the roots of the equation $x^2+2(P+1)x+P^2-P-14=0$ are integers, find the least value of P.

$P =$

2. 已知 x^2+ax+b 為 $2x^3+5x^2+24x+11$ 及 $x^3+Px-22$ 的公因式。若 $Q=a+b$，求 Q 的值。

Given that x^2+ax+b is a common factor of $2x^3+5x^2+24x+11$ and $x^3+Px-22$. If $Q=a+b$, find the value of Q.

$Q =$

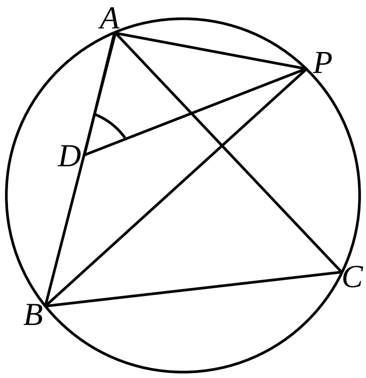
3. 若 R 為一正整數及 $R^3+4R^2+(Q-93)R+14Q+10$ 為一質數，求 R 的值。

If R is a positive integer and $R^3+4R^2+(Q-93)R+14Q+10$ is a prime number, find the value of R.

$R =$

4. 在圖一中，AP、AB、PB、PD、AC 及 BC 為線段及 D 為 AB 上的一點。若 AB 的長度為 AD 的長度的 R 倍，$\angle ADP = \angle ACB$ 及 $S = \dfrac{PB}{PD}$，求 S 的值。

In Figure 1, AP, AB, PB, PD, AC and BC are line segments and D is a point on AB. If the length of AB is R times that of AD, $\angle ADP = \angle ACB$ and $S = \dfrac{PB}{PD}$, find the value of S.



圖一

Figure 1

$S =$

Hong Kong Mathematics Olympiad (2010 / 2011)

Final Event 4 (Individual)

香港數學競賽 (2010 / 2011)

決賽項目 4 (個人)

除非特別聲明，答案須用數字表達，並化至最簡。
Unless otherwise stated, all answers should be expressed in numerals in their simplest forms.

1. 考慮函數 $y=\sin x+\sqrt{3}\cos x$。設 a 為 y 的最大值。求 a 的值。

   Consider the function $y=\sin x+\sqrt{3}\cos x$. Let a be the maximum value of y. Find the value of a.

$a=$

2. 若 b 及 y 滿足 $|b-y|=b+y-a$ 及 $|b+y|=b+a$。求 b 的值。

   Find the value of b if b and y satisfy $|b-y|=b+y-a$ and $|b+y|=b+a$.

$b=$

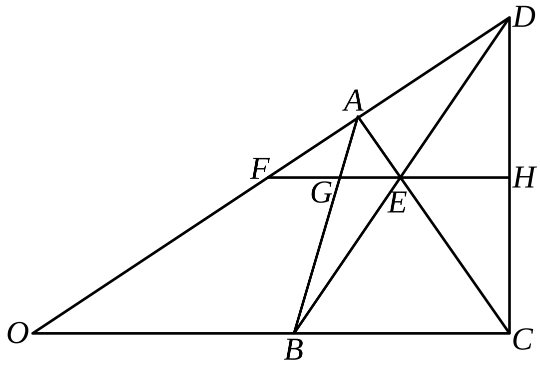
3. 設 x、y 及 z 為正整數。若 $|x-y|^{2010}+|z-x|^{2011}=b$，而且 $c=|x-y|+|y-z|+|z-x|$，求 c 的值。

   Let x, y and z be positive integers. If $|x-y|^{2010}+|z-x|^{2011}=b$ and $c=|x-y|+|y-z|+|z-x|$, find the value of c.

$c=$

4. 在圖一中，ODC 為一三角形。已知 FH, AB, AC 及 AD 為線段使得 AB 及 FH 相交於 G，線段 AC, BD 及 FH 相交於 E，$GE = 1$, $EH = c$ 及 $FH // BC$。若 $d = EF$，求 d 的值。

In Figure 1, let ODC be a triangle. Given that FH, AB, AC and BD are line segments such that AB intersects FH at G, AC, BD and FH intersect at E, $GE = 1$, $EH = c$ and $FH // OC$.
If $d = EF$, find the value of d.



圖一

Figure 1

$d =$